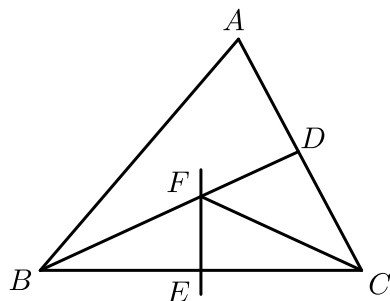


第2讲 三角形的三条重要线段与多边形（练习）

一、 三条重要线段

1. 如图， $\triangle ABC$ 中， BD 平分 $\angle ABC$ ， BC 的中垂线交 BC 于点 E ，交 BD 于点 F ，连接 CF 。若 $\angle A = 60^\circ$ ， $\angle ABD = 24^\circ$ ，则 $\angle ACF$ 的度数为（ ）。



A. 48°

B. 36°

C. 30°

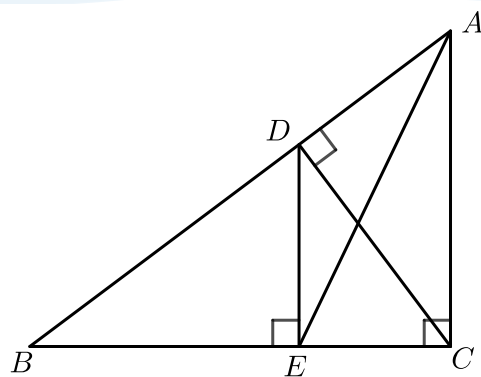
D. 24°

【答案】A

【解析】 $\because BD$ 平分 $\angle ABC$ ，
 $\therefore \angle DBC = \angle ABD = 24^\circ$ ，
 $\because \angle A = 60^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACB = 180^\circ - 60^\circ - 24^\circ \times 2 = 72^\circ$ ，
 $\because BC$ 的中垂线交 BC 于点 E ，
 $\therefore BF = CF$ ，
 $\therefore \angle FCB = 24^\circ$ ，
 $\therefore \angle ACF = 72^\circ - 24^\circ = 48^\circ$ 。

【标注】【知识点】线段的垂直平分线的性质定理

2. 如图， $AC \perp BC$ ， $CD \perp AB$ ， $DE \perp BC$ ，下列说法中，错误的是（ ）。



- A. $\triangle ABC$ 中, AC 是 BC 边上的高
 B. $\triangle BCD$ 中, DE 是 BC 边上的高
 C. $\triangle ABE$ 中, DE 是 BE 边上的高
 D. $\triangle ACD$ 中, AD 是 CD 边上的高

【答案】 C

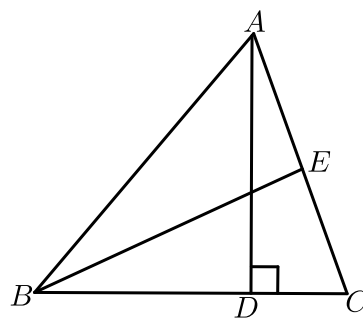
【解析】 根据三角形的高的概念, 可知A、B、D正确;

而C中, DE 是 $\triangle BDE$ 中 BE 边上的高, 或者 DE 是 $\triangle BDC$ 中 BC 边上的高, 或者 DE 是 $\triangle EDC$ 中 EC 边上的高,

DE 不是 $\triangle ABE$ 中 BE 边上的高, 只有 AC 才是 $\triangle ABE$ 中 BE 边上的高.

【标注】 【知识点】作三角形的高, 中线和角平分线

3. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 是 BC 边上的高, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AC 边于 E , $\angle BAC = 60^\circ$, $\angle ABE = 25^\circ$, 则 $\angle DAC$ 的大小是 () .



- A. 15° B. 20° C. 25° D. 30°

【答案】 B

【解析】 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$,

$$\therefore \angle ABC = 2\angle ABE = 2 \times 25^\circ = 50^\circ,$$

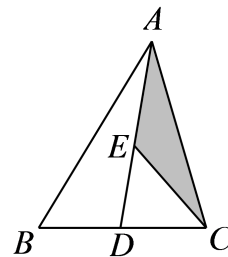
$\because AD$ 是 BC 边上的高,

$$\therefore \angle BAD = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ.$$

【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

4. $\triangle ABC$ 中， D ， E 分别是 BC ， AD 的中点，且 $\triangle ABC$ 的面积为4，则阴影部分的面积是_____。



【答案】1

【解析】根据中线将三角形面积分为相等的两部分可知： $\triangle ADC$ 是阴影部分的面积的2倍， $\triangle ABC$ 的面积是 $\triangle ADC$ 的面积2倍，依此即可求解。

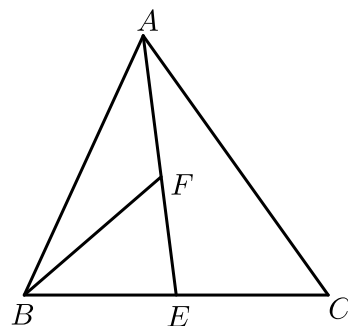
$\because D$ 、 E 分别是 BC ， AD 的中点，

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ACD}, S_{\triangle ACD} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC},$$

$$\therefore S_{\triangle AEC} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{4} \times 4 = 1.$$

【标注】【知识点】与中线或等分线有关的等积变换

5. 如图， E 、 F 分别是 BC 、 AE 中点，若 $\triangle ABC$ 的面积是 20cm^2 ，则 $S_{\triangle ABF} =$ _____。



【答案】 5cm^2

【解析】利用中线平分三角形面积可知： $\triangle ABE$ 的面积为 $\triangle ABC$ 面积的一半，为 10cm^2 ， $\triangle ABF$ 的面积又为 $\triangle ABE$ 面积的一半。

故答案为： 5cm^2 。

【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

6. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ，高 BD 和 CE 所在直线交于 H ，则 $\angle BHC$ 的度数是_____.

【答案】 135° 或 45°

【解析】①如图1，

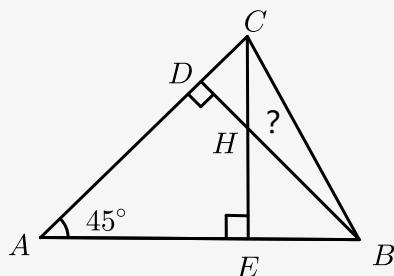


图1

$\triangle ABC$ 是锐角三角形时，

$\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高线，

$\therefore \angle ADB = 90^\circ, \angle BEC = 90^\circ$ ，

在 $\triangle ABD$ 中， $\angle A = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle ABD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$ ，

$\therefore \angle BHC = \angle ABD + \angle BEC = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$ 。

②如图2，

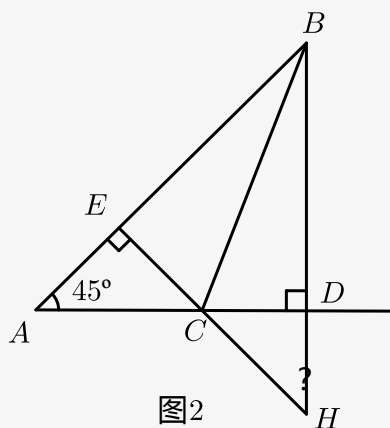


图2

$\triangle ABC$ 是钝角三角形时，

$\because BD, CE$ 是 $\triangle ABC$ 的高，

$\therefore \angle AEC = 90^\circ, \angle CDH = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle A + \angle ACE = 90^\circ, \angle BHC + \angle HCD = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle ACE = \angle HCD$ （对顶角相等），

$\therefore \angle BHC = \angle A = 45^\circ$ ，

综上所述： $\angle BHC$ 的度数是 135° 或 45° 。

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

7. 已知 $\triangle ABC$ 中， AE 为 BC 边上的高线，若 $\angle ABC = 50^\circ$ ， $\angle CAE = 20^\circ$ ，则 $\angle ACB = \underline{\hspace{2cm}}$.

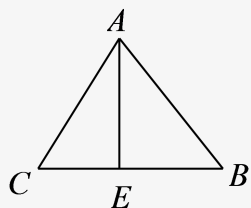
【答案】 70° 或 110°

【解析】 $\because AE \perp BC$,

$$\therefore \angle BAE + \angle ABC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle BAE = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ ,$$

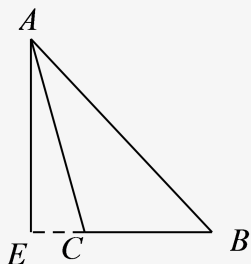
当 $\angle ACB$ 为锐角时，如图，



在 $\triangle AEC$ 中， $\angle ACB + \angle CAE = 90^\circ$,

$$\therefore \angle ACB = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ .$$

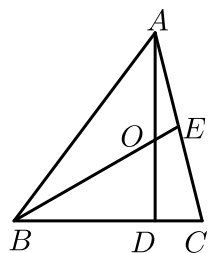
当 $\angle ACB$ 为钝角时，如图，



$$\text{则 } \angle ACB = \angle CAE + \angle AEC = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ .$$

【标注】【知识点】作三角形的高，中线和角平分线

8. $\triangle ABC$ 中， BE 平分 $\angle ABC$ ， AD 为 BC 上的高，且 $\angle ABC = 60^\circ$ ， $\angle BEC = 75^\circ$ ，求 $\angle DAC$ 的度数 .



【答案】 15° .

【解析】 $\because BE$ 平分 $\angle ABC$, 且 $\angle ABC = 60^\circ$,

$$\therefore \angle ABE = \angle EBC = 30^\circ ,$$

$$\therefore \angle C = 180^\circ - \angle EBC - \angle BEC$$

$$= 180^\circ - 30^\circ - 75^\circ$$

$$= 75^\circ ,$$

$$\text{又} \because \angle C + \angle DAC = 90^\circ ,$$

$$\therefore \angle DAC = 90^\circ - \angle C ,$$

$$= 90^\circ - 75^\circ$$

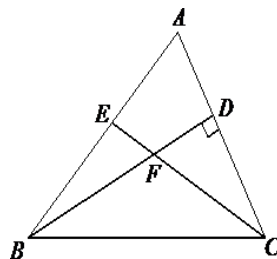
$$= 15^\circ .$$

【标注】 【知识点】角分线性质定理

【知识点】三角形内角和的应用

【能力】推理论证能力

9. 已知：如图， $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 70^\circ$ ， $\angle ABC = 48^\circ$ ， $BD \perp AC$ 于 D ， CE 是 $\angle ACB$ 的平分线， BD 与 CE 交于点 F ，求 $\angle CBD$ 、 $\angle EFD$ 的度数 .



【答案】 $\angle CBD = 28^\circ$, $\angle EFD = 121^\circ$

【解析】 $\because \angle A + \angle ABC + \angle ACB = 180^\circ$ (三角形内角和定理) ,

$$\therefore \angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle ABC = 62^\circ .$$

$$\because BD \perp AC ,$$

$$\therefore \angle BDC = 90^\circ .$$

$$\therefore \angle CBD + \angle ACB = 90^\circ \text{ (直角三角形的两个锐角互余)} .$$

$$\therefore \angle CBD = 90^\circ - \angle ACB = 28^\circ .$$

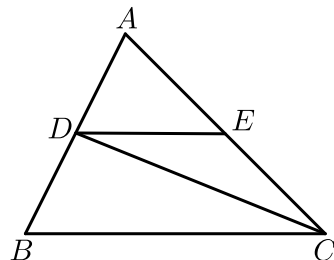
$$\because CE \text{ 是 } \angle ACB \text{ 的平分线 ,}$$

$$\therefore \angle ACE = \frac{1}{2} \angle ACB = 31^\circ$$

$$\therefore \angle EFD = \angle ACE + \angle BDC = 121^\circ \text{ (三角形外角性质)} .$$

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

10. 如图, CD 是 $\angle ACB$ 的平分线, $\angle EDC = 25^\circ$, $\angle DCE = 25^\circ$, $\angle B = 70^\circ$.



(1) 证明: $DE \parallel BC$.

(2) 求 $\angle BDC$ 的度数.

【答案】(1) 证明见解析.

(2) $\angle BDC = 85^\circ$

【解析】(1) $\because CD$ 是 $\angle ACB$ 的平分线,

$$\therefore \angle DCB = \angle DCE = 25^\circ,$$

$$\because \angle EDC = 25^\circ,$$

$$\therefore \angle DCB = \angle EDC,$$

$$\therefore DE \parallel BC.$$

(2) 在 $\triangle BCD$ 中, $\angle B = 70^\circ$, $\angle BCD = 25^\circ$,

$$\therefore \angle BDC = 180^\circ - \angle B - \angle BCD = 180^\circ - 70^\circ - 25^\circ = 85^\circ.$$

【标注】【知识点】三角形内角和的应用

二、多边形及其内角和

11. 若一个正 n 边形的每个内角为 144° , 则这个正 n 边形的所有对角线的条数是 ().

A. 7

B. 10

C. 35

D. 70

【答案】C

【解析】 $\because$ 一个正 n 边形的每个内角为 144° ,

$$\therefore 144n = 180 \times (n - 2), \text{ 解得: } n = 10.$$

$$\text{这个正 } n \text{ 边形的所有对角线的条数是: } \frac{n(n-3)}{2} = \frac{10 \times 7}{2} = 35.$$

故选C .

【标注】【知识点】正多边形边数

12. 一个多边形的每个内角均为 108° ，则这个多边形是（ ） .

- A. 七边形 B. 六边形 C. 五边形 D. 四边形

【答案】C

【解析】外角的度数是： $180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$ ，
则这个多边形的边数是： $360 \div 72 = 5$.
故选C .

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

13. 若一个多边形的外角和与它的内角和相等，则这个多边形是（ ） .

- A. 三角形 B. 四边形 C. 五边形 D. 六边形

【答案】B

【解析】多边形的外角和为 360° ，多边形的外角和与它的内角和相等，则内角和为 360° ，为四边形，
故选B .

【标注】【知识点】多边形内外角综合应用

14. 一个多边形的内角和是外角和的2倍，则这个多边形的边数为 _____ .

【答案】6

【解析】方法一： $\because$ 多边形的外角和是 360 度，多边形的内角和是外角和的2倍，
则内角和是 720 度，
 $720 \div 180 + 2 = 6$ ，
 $\therefore$ 这个多边形是六边形，
故答案为：6 .
方法二：设这个多边形的边数为 n ，

$$\text{则}(n-2) \times 180^\circ = 360^\circ \times 2,$$

解得 $n = 6$.

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

15. 从多边形的一个顶点可以引出8条对角线，这个多边形是 _____ 边形.

【答案】 11

【解析】 设多边形有 n 条边，

$$\text{由题意得 } n - 3 = 8,$$

$$n = 11.$$

【标注】【知识点】求多边形边或对角线的数量

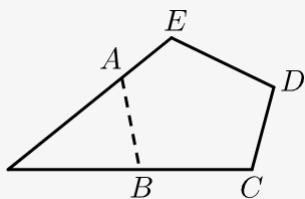
【能力】 运算能力

16. 一个多边形截去一个角后得到的图形的内角和为 540° ，求不截去角时，多边形的内角和为 _____ .

【答案】 360° 或 540° 或 720°

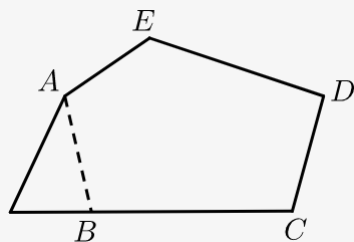
【解析】 切角问题分为三种情况：

①不过顶点：边数增加1，内角和增加 180°



$$\text{原多边形内角和为 } 540^\circ - 180^\circ = 360^\circ$$

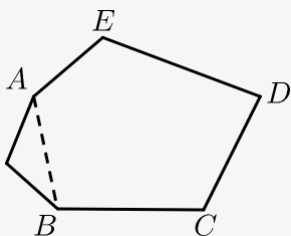
②过1个顶点：边数不变，内角和不变



$$\text{原多边形内角和为 } 540^\circ$$

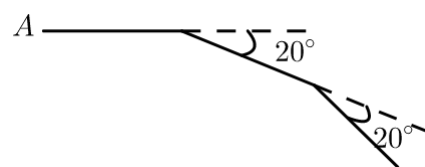
③过2个顶点：边数减少1，内角和减少 180°

原多边形内角和为 $540^\circ + 180^\circ = 720^\circ$



【标注】【知识点】求多边形的内角和

17. 如图，小明从点 A 出发，前进 5m 后向右转 20° ，再前进 5m 后又向右转 20° ，这样一直下去，直到他第一次回到出发点 A 为止，小明一共走了 _____ 米，一共右转了 _____ 度。

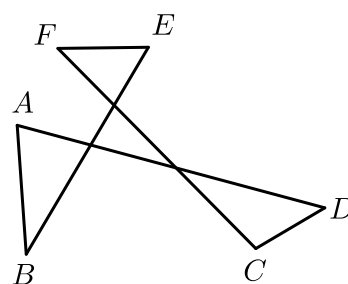


【答案】 90 ; 360

【解析】 依题意可知，小明所走路径为正多边形，设边数为 n ，则 $20^\circ n = 360^\circ$ ，解得 $n = 18$ ，
 $\therefore$ 他第一次回到出发点 A 时一共走了： $18 \times 5 = 90$ 米。一共右转了 360° 。

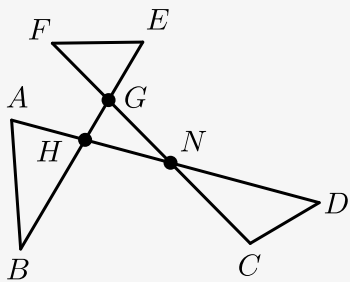
【标注】【知识点】求正多边形的外角

18. 如图， $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = \underline{\hspace{2cm}}^\circ$ 。



【答案】 360

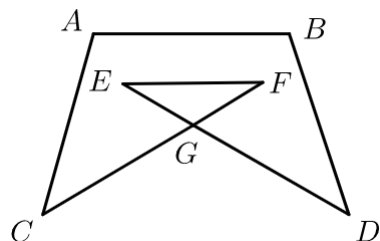
【解析】 如下图所示



$\therefore \angle AHG = \angle A + \angle B$, $\angle DNG = \angle C + \angle D$, $\angle EGN = \angle E + \angle F$,
 $\therefore \angle AHG + \angle DNG + \angle EGN = \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$,
 又 $\because \angle AHG$ 、 $\angle DNG$ 、 $\angle EGN$ 是 $\triangle GHN$ 的三个不同的外角，
 $\therefore \angle AHG + \angle DNG + \angle EGN = 360^\circ$ ，
 $\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F = 360^\circ$.
 故答案为：360.

【标注】【知识点】不规则图形的多角求和

19. 如图，求 $\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F =$ _____ .



【答案】 360°

【解析】 连接 CD ，

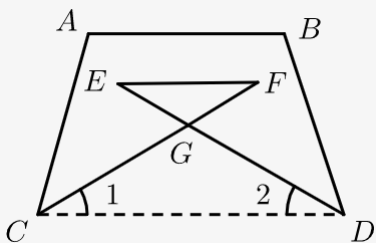
则 $\angle E + \angle F = \angle 1 + \angle 2$ ，

根据四边形内角和是 360° ，

则 $\angle A + \angle B + \angle ACF + \angle BDE + \angle E + \angle F$

$= \angle A + \angle B + \angle ACD + \angle BDC$

$= 360^\circ$.



【标注】【知识点】不规则图形的多角求和

20. 已知两个多边形的内角和为 1800° ，且两个多边形的边数之比为 $2:5$ ，求这两个多边形的边数．

【答案】这两个多边形的边数分别为4、10．

【解析】设这两个多边形的边数分别为 $2x$ 、 $5x$ ，

根据题意，得 $(2x - 2) \cdot 180^\circ + (5x - 2) \cdot 180^\circ = 1800^\circ$ ，

解得 $x = 2$ ．

所以 $2x = 4$ ， $5x = 10$ ．

答：这两个多边形的边数分别为4、10．

【标注】【知识点】多边形的内角和定理